فصلنامه نوآوری در مهندسی و تکنولوژی شماره۱- دوره ۲- صفحات۱۸۵-۱۶۹
Journal of Innovation in Engineering and Technology

بررسی تأثیر هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی بر ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان ایرانی

حمید دوست محمدی
۱- گروه پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، اداره کل آموزش و پرورش استان زنجان، زنجان، ایران

چکیده :

پژوهش حاضر با هدف بررسی تأثیر هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی آموزشی بر ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان ایرانی انجام شد. با توجه به گسترش کاربرد فناوری‌های نوین در نظام‌های آموزشی و نقش روزافزون ابزارهای هوشمند در یادگیری، ضرورت بررسی تأثیر این فناوری‌ها بر مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان احساس می‌شود. روش پژوهش به‌صورت ترکیبی (کیفی–کمی) اجرا گردید. در بخش کیفی، مصاحبه نیمه‌ساختاریافته با ۱۲ نفر از معلمان و کارشناسان تعلیم‌وتربیت به روش نمونه‌گیری هدفمند انجام شد و داده‌ها با تحلیل محتوای قیاسی بررسی شدند. در بخش کمی، روش توصیفی–پیمایشی به‌کار رفت و جامعه آماری شامل کلیه دانش‌آموزان متوسطه دوره دوم شهر تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۳–۱۴۰۲ بود که ۳۲۰ نفر با روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چندمرحله‌ای انتخاب شدند. ابزار گردآوری داده‌ها پرسشنامه استاندارد محقق‌ساخته شامل سه بُعد «هوش مصنوعی مولد»، «ابزارهای تعاملی» و «تفکر ریاضی» بود که روایی آن با نظر ۸ نفر از خبرگان تأیید و پایایی آن با آلفای کرونباخ برای کل مقیاس ۰/۹۰ گزارش شد. داده‌ها با آماره‌های توصیفی و آزمون‌های پیرسون و رگرسیون چندگانه تحلیل شدند. نتایج نشان داد هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی با تفکر ریاضی رابطه مثبت و معناداری دارند ($p < ۰/۰۱$). همچنین، نتایج رگرسیون بیانگر آن بود که این دو متغیر در مجموع ۵۰ درصد از واریانس تفکر ریاضی را تبیین می‌کنند و ابزارهای تعاملی نقش پیش‌بینی‌کنندگی قوی‌تری نسبت به هوش مصنوعی مولد دارند. یافته‌ها حاکی از آن است که بهره‌گیری از فناوری‌های هوش مصنوعی و محیط‌های یادگیری تعاملی می‌تواند مهارت‌های تفکر تأملی، حل مسئله و استدلال ریاضی دانش‌آموزان را ارتقا دهد. بر اساس نتایج، پیشنهاد می‌شود معلمان با استفاده هدفمند از هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی، محیط‌های یادگیری فعال، شخصی‌سازی‌شده و بازخورد محور ایجاد کنند.

کلمات کلیدی: هوش مصنوعی مولد، ابزارهای تعاملی، تفکر ریاضی، حل مسئله، استدلال ریاضی

مقدمه

در دهه‌های اخیر، هوش مصنوعی مولد۱ به عنوان یک ابزار مؤثر در آموزش و یادگیری شناخته شده است. این نوع هوش مصنوعی می‌تواند به تولید محتوا، شبیه‌سازی محیط‌های یادگیری، و شخصی‌سازی تجارب آموزشی کمک کند (اسمیت۲، ۲۰۲۴). از سوی دیگر، تفکر ریاضی به عنوان یک مهارت بنیادی در یادگیری و حل مسائل، نقش بسیار مهمی در پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان ایفا می‌کند. این مهارت نه تنها به حل مسائل ریاضی کمک می‌کند بلکه قابلیت‌های تحلیلی و انتقادی دانش‌آموزان را نیز تقویت می‌سازد (جانسن۳، ۲۰۲۴). ابزارهای تعاملی نیز به عنوان یکی دیگر از عوامل مؤثر در بهبود یادگیری ریاضی شناخته می‌شوند. این ابزارها، با ارائه تجارب یادگیری جذاب و تعاملی، می‌توانند به افزایش انگیزه و مشارکت دانش‌آموزان کمک کنند (دو۴، ۲۰۲۳). استفاده از این ابزارها در ترکیب با هوش مصنوعی مولد می‌تواند به ایجاد محیط‌های یادگیری پویا و کارآمد منجر شود که در آن دانش‌آموزان با چالش‌های واقعی مواجه می‌شوند و به حل مسائل می‌پردازند.آموزش ریاضی در قرن بیست‌ویکم با چالش‌ها و فرصت‌های بی‌سابقه‌ای مواجه شده است. گسترش سریع فناوری‌های دیجیتال و به‌ویژه ظهور هوش مصنوعی مولد، افق‌های جدیدی را در حوزه یاددهی-یادگیری گشوده است (چن و همکاران۵، ۲۰۲۱). هوش مصنوعی مولد که قابلیت تولید محتوای متنی، تصویری و حتی ریاضی را دارد، می‌تواند نقشی تحول‌آفرین در آموزش ریاضی ایفا کند (هولمز و همکاران۶، ۲۰۱۹). در ایران نیز پژوهشگران توجه فزاینده‌ای به بررسی کاربردهای هوش مصنوعی در آموزش و پرورش نشان داده‌اند (پورجمشیدی و کرمی، ۱۴۰۳). تفکر ریاضی به‌عنوان فرایندی شناختی که شامل درک مفاهیم ریاضی، استدلال منطقی و حل مسئله می‌شود، از دیرباز مورد توجه پژوهشگران تعلیم و تربیت بوده است (تال۷، ۱۹۹۱). پیشرفت در تفکر ریاضی مستلزم تعامل فعال یادگیرنده با مفاهیم ریاضی و تجربه‌های یادگیری معنادار است (پیاژه۸، ۱۹۷۳). ابزارهای تعاملی آموزشی با فراهم کردن بستری مناسب برای یادگیری اکتشافی، می‌توانند نقش مؤثری در ارتقای تفکر ریاضی ایفا کنند (اناری نژاد همکاران، ۱۴۰۱). با توجه به موارد فوق، بررسی تأثیر هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی بر تفکر ریاضی دانش‌آموزان ضروری به نظر می‌رسد.

بیان مسئله

۱ Generative AI

۲ Smith

۳ Johnson

٤ Doe

٥ Chen

٦ Holmes

۷ Tall

۸ Piaget

یکی از دغدغه‌های اصلی نظام‌های آموزشی در سراسر جهان، بهبود کیفیت آموزش ریاضی و ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان است. پژوهش‌های متعدد نشان داده‌اند که بسیاری از دانش‌آموزان در درک مفاهیم ریاضی و به‌ویژه در حل مسائل پیچیده ریاضی با مشکلات جدی مواجه هستند (تال، ۱۹۹۳). در ایران نیز مطالعات مختلف حاکی از آن است که عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در سطح مطلوبی قرار ندارد و نیاز به رویکردهای نوین آموزشی احساس می‌شود (سیف، ۱۳۸۶). اضطراب ریاضی یکی از عوامل مهمی است که مانع از رشد تفکر ریاضی دانش‌آموزان می‌شود و پژوهش‌های انجام‌شده نشان داده‌اند که این اضطراب می‌تواند تأثیر منفی قابل‌توجهی بر یادگیری ریاضی داشته باشد (هیمبری۹، ۱۹۹۰). اناری نژاد و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهش خود به بررسی روش‌های کاربردی و تعاملی برای کاهش اضطراب ریاضی پرداختند و نتیجه گرفتند که استفاده از روش‌های تعاملی می‌تواند در کاهش این اضطراب مؤثر باشد. از سوی دیگر، ظهور هوش مصنوعی مولد و قابلیت‌های منحصربه‌فرد آن در تولید محتوای آموزشی شخصی‌سازی‌شده، فرصت‌های بی‌نظیری را برای بهبود آموزش ریاضی فراهم آورده است (لو۱۰، ۲۰۲۳). پورجمشیدی و کرمی (۱۴۰۳) در مرور نظام‌مند خود به بررسی کاربردهای هوش مصنوعی در بهبود اختلال ریاضی پرداخته و به نتایج امیدوارکننده‌ای در این زمینه دست یافتند. با این حال، شکاف پژوهشی قابل‌توجهی در خصوص تأثیر هوش مصنوعی مولد بر ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان ایرانی وجود دارد و پژوهش‌های داخلی کمتری به‌صورت جامع به این موضوع پرداخته‌اند. جعفری و همکاران (۱۴۰۲) نیز تأکید کرده‌اند که نظام آموزشی ایران نیازمند بررسی دقیق فرصت‌ها و چالش‌های ناشی از به‌کارگیری هوش مصنوعی در آموزش است. همچنین، پژوهش‌های خارجی نشان داده‌اند که هوش مصنوعی می‌تواند از طریق ارائه بازخورد فوری و شخصی‌سازی مسیر یادگیری، نقش مؤثری در ارتقای مهارت‌های ریاضی دانش‌آموزان ایفا کند (وانلن۱۱، ۲۰۰۶). با توجه به اهمیت تفکر ریاضی در توانمندسازی دانش‌آموزان برای مواجهه با چالش‌های قرن بیست‌ویکم و خلأ پژوهشی موجود در این حوزه، پژوهش حاضر درصدد پاسخ به این سؤال است که هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی چگونه می‌توانند بر ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان ایرانی تأثیر بگذارند؟

تعریف مفهومی و عملیاتی متغیرها

تعریف مفهومی

هوش مصنوعی مولد: فناوری مبتنی بر مدل‌های یادگیری عمیق که قادر به تولید محتوای جدید شامل متن، تصویر، راه‌حل‌های ریاضی و بازخورد آموزشی است (بوماسانی و همکاران۱۲، ۲۰۲۱؛ گودفیلو و همکاران۱۳، ۲۰۱۶).

۹ Hembree

۱۰ Lo

۱۱ VanLehn

۱۲ Bommasani et al.

۱۳ Goodfellow et al.

ابزارهای تعاملی: ابزارهای فناوری‌محور (نرم‌افزار، شبیه‌ساز، اپلیکیشن، برد هوشمند و محتوای دیجیتال) که امکان تعامل فعال یادگیرنده با مفاهیم آموزشی را فراهم می‌آورند (جانسن۱۴، ۱۹۹۹؛ لایلیراد۱۵، ۲۰۱۲).

تفکر ریاضی: مجموعه توانایی‌های شناختی شامل تفکر تأملی، حل مسئله و استدلال ریاضی (اسکانفیلد۱۶، ۲۰۱۴).

تعریف عملیاتی

متغیرها از طریق پرسشنامه محقق‌ساخته (مقیاس ۵ گزینه‌ای لیکرت) سنجیده شدند. نمره بالاتر نشان‌دهنده ادراک مثبت‌تر دانش‌آموز از نقش فناوری در یادگیری ریاضی است.

مبانی نظری

تفکر ریاضی

تفکر ریاضی یکی از مفاهیم بنیادین در آموزش ریاضی محسوب می‌شود که طی سال های اخیر توجه فراوان پژوهشگران را به خود جلب کرده است. تال (۱۹۹۱) تفکر ریاضی را فرایندی شناختی تعریف می‌کند که شامل درک عمیق مفاهیم ریاضی، توانایی استدلال منطقی و حل مسئله ریاضی می‌شود. به اعتقاد شونفیلد (۱۹۹۲)، تفکر ریاضی فراتر از محاسبات و رویه‌های ریاضی است و شامل توانایی تحلیل مسئله، طرح نقشه حل و ارزیابی راه‌حل‌ها می‌گردد. در این راستا، دریفوس (۲۰۰۲) فرایندهای تفکر ریاضی پیشرفته را شامل تجرید، تعمیم، مدل‌سازی و اثبات ریاضی دانسته است. از منظر تربیتی، برنامه‌های درسی ریاضی باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که فرصت‌های لازم برای رشد تفکر ریاضی دانش‌آموزان را فراهم آورند (شورای ملی معلمان ریاضی۱۷، ۲۰۰۰). پژوهش‌های انجام‌شده در ایران نیز نشان داده‌اند که ارتقای تفکر ریاضی مستلزم رویکردهای آموزشی فعال و مشارکتی است که دانش‌آموزان را درگیر فرایند اکتشاف و کشف مفاهیم ریاضی می‌کند (کدیور و همکاران، ۱۳۸۹). همچنین، مطالعات حاکی از آن است که تفکر ریاضی با سایر مهارت‌های شناختی از جمله تفکر انتقادی و تفکر خلاق ارتباط تنگاتنگی دارد (دریفوس و ایزنبرگ۱۸، ۱۹۹۶).

هوش مصنوعی مولد در آموزش

ظهور هوش مصنوعی مولد تحولی شگرف در حوزه آموزش و یادگیری ایجاد کرده است. هوش مصنوعی مولد به سیستم‌هایی اطلاق می‌شود که قادر به تولید محتوای جدید شامل متن، تصویر، کد و حتی راه‌حل‌های ریاضی هستند (هولمز و همکاران، ۲۰۱۹). چن و همکاران (۲۰۲۱) در مروری جامع بر پژوهش‌های دو دهه اخیر، به روند فزاینده استفاده از هوش مصنوعی در آموزش و یادگیری اشاره کرده و تأکید نموده‌اند که این فناوری پتانسیل قابل‌توجهی در شخصی‌سازی آموزش دارد. پورجمشیدی و کرمی (۱۴۰۳) در

---

۱۴ Jonassen

۱۵ Laurillard

۱۶ Schoenfeld

۱۷ National Council of Teachers of Mathematics

۱۸ Dreyfus & Eisenberg

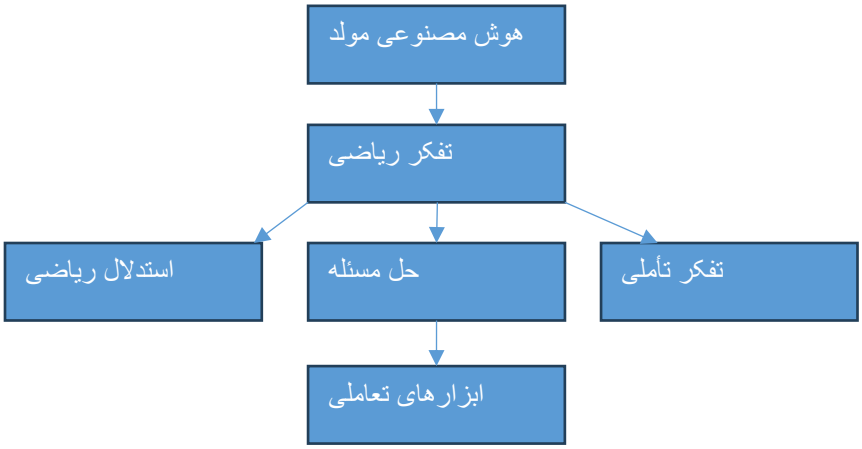
مرور نظام‌مند خود بر کاربردهای هوش مصنوعی در بهبود اختلال ریاضی دریافتند که ابزارهای هوشمند می‌توانند از طریق ارائه بازخورد فوری و مسیرهای یادگیری انفرادی، نقش مؤثری در رفع مشکلات یادگیری ریاضی ایفا کنند. جعفری و همکاران (۱۴۰۲) نیز در بررسی فرصت‌ها و چالش‌های هوش مصنوعی در نظام‌های آموزشی، به ضرورت بهره‌گیری هوشمندانه از این فناوری در فرایند آموزش تأکید کرده‌اند. در سطح بین‌المللی، لو (۲۰۲۳) در بررسی تأثیر چت‌جی‌پی‌تی بر آموزش، به نتایج امیدوارکننده‌ای در خصوص یادگیری ریاضی دست یافت. همچنین، لی و همکاران (۲۰۲۴) نشان دادند که استفاده از شبیه‌سازی‌های مبتنی بر هوش مصنوعی در آموزش هندسه می‌تواند یادگیری شخصی‌سازی‌شده را تسهیل کند. ون وایرنبرگ و همکاران (۲۰۲۲) نیز در مرور نظام‌مند خود تأیید کردند که هوش مصنوعی می‌تواند یادگیری هندسه دانش‌آموزان را بهبود بخشد.

ابزارهای تعاملی آموزشی

ابزارهای تعاملی آموزشی به‌عنوان واسطه‌هایی فناورانه، بستر مناسبی برای یادگیری فعال و اکتشافی فراهم می‌آورند. از منظر نظری، نظریه یادگیری اجتماعی بندورا (۱۹۷۷) بر نقش تعامل و مشاهده در یادگیری تأکید دارد و ابزارهای تعاملی می‌توانند این تعامل را تسهیل کنند. همچنین، نظریه ساختن‌گرایی پیاژه (۱۹۷۳) و نظریه منطقه مجاور رشد ویگوتسکی (۱۹۷۸) بر نقش فعال یادگیرنده در ساخت دانش تأکید می‌کنند و ابزارهای تعاملی می‌توانند فرصت‌های لازم برای این ساخت فعال دانش را فراهم آورند. انارینژاد و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهش خود نشان دادند که استفاده از روش‌های کاربردی و تعاملی می‌تواند در کاهش اضطراب ریاضی و ارتقای یادگیری مؤثر باشد. رجبیاندهزیره و همکاران (۱۳۹۹) نیز دریافتند که شبیه‌سازی آموزشی مبتنی بر رایانه تأثیر مثبت و معناداری بر مهارت‌های حل مسئله و توانایی شناختی دانش‌آموزان دارد. در سطح بین‌المللی، داس سانتوس و همکاران (۲۰۲۳) در ارزیابی تأثیر سیستم‌های آموزشی هوشمند بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان، به نتایج مثبتی دست یافتند. مگدالنا-بندیکتو و همکاران (۲۰۲۳) نیز نشان دادند که استفاده از شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی در آموزش هندسه می‌تواند تفکر فضایی دانش‌آموزان را تقویت کند. اویگون و همکاران (۲۰۲۴) در مرور جامع محیط‌های یادگیری هوشمند در آموزش ریاضی، به مزایای متعدد این ابزارها در ارتقای یادگیری ریاضی اشاره کرده‌اند.

چارچوب نظری پژوهش

چارچوب نظری پژوهش حاضر بر پایه ادغام سه نظریه اصلی شکل گرفته است. نخست، نظریه ساختن‌گرایی اجتماعی ویگوتسکی (۱۹۷۸) که بر نقش تعامل اجتماعی در یادگیری تأکید دارد و ابزارهای تعاملی مبتنی بر هوش مصنوعی می‌توانند این تعامل را تقویت کنند. دوم، نظریه یادگیری معنادار اوزوبل (۱۹۶۸) که بر پیش‌ساختارهای ذهنی و اتصال اطلاعات جدید به دانش پیشین تأکید می‌کند و هوش مصنوعی مولد می‌تواند از طریق ارائه محتوای متناسب با سطح یادگیرنده، این اتصال را تسهیل نماید. سوم، نظریه فراشناخت فلاول (۱۹۷۹) که بر آگاهی فرد از فرایندهای تفکر خود تأکید دارد و ابزارهای هوشمند می‌توانند از طریق ارائه بازخورد متامعرفی، فراشناخت دانش‌آموزان را ارتقا بخشند. بر این اساس، پژوهش حاضر فرض می‌گیرد که استفاده هم‌زمان از هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی می‌تواند از طریق ایجاد محیط یادگیری شخصی‌سازی‌شده، تعاملی و بازخوردمحور، زمینه مناسبی برای ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان فراهم آورد. این چارچوب با یافته‌های پژوهشی اخیر نیز همسو است؛ به‌طوری‌که چن و همکاران (۲۰۲۱) تأکید کرده‌اند که ترکیب هوش مصنوعی با رویکردهای تعاملی می‌تواند فرصت‌های یادگیری مؤثرتری ایجاد کند.



شکل ۱. مدل مفهومی پژوهش: تأثیر هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی بر تفکر ریاضی دانش‌آموزان.

پیشینه پژوهش

پیشینه داخلی

پژوهش‌های متعددی در داخل کشور به بررسی موضوعات مرتبط با هوش مصنوعی، ابزارهای تعاملی و تفکر ریاضی پرداخته‌اند. پورجمشیدی و کرمی (۱۴۰۳) در پژوهش خود با عنوان «مرور نظام‌مند کاربردهای هوش مصنوعی در بهبود اختلال ریاضی» به بررسی مطالعات انجام‌شده در این حوزه پرداختند. یافته‌های این مرور نظام‌مند نشان داد که ابزارهای هوشمند مبتنی بر هوش مصنوعی از طریق ارائه بازخورد فوری، شخصی‌سازی مسیر یادگیری و تمرین‌های تکراری هدفمند، می‌توانند نقش مؤثری در بهبود عملکرد ریاضی و کاهش اختلالات یادگیری ریاضی داشته باشند. همچنین، این پژوهش تأکید کرد که طراحی نظام‌مند سیستم‌های آموزشی هوشمند می‌تواند به ارتقای کیفیت آموزش ریاضی در نظام آموزشی کشور کمک شایانی نماید.

جعفری و همکاران، (۱۴۰۲) در پژوهشی با عنوان «هوش مصنوعی و فناوری‌های نو در نظام‌های آموزشی: فرصت و چالش» به تحلیل جامعی از کاربردهای هوش مصنوعی در آموزش و پرورش پرداختند. نتایج این مطالعه نشان داد که هوش مصنوعی فرصت‌های بی‌نظیری برای شخصی‌سازی آموزش، ارزیابی هوشمند و ارائه بازخورد فوری فراهم می‌آورد، اما چالش‌هایی از جمله نیاز به زیرساخت‌های فناورانه، آموزش معلمان و مسائل اخلاقی نیز وجود دارد. این پژوهش بر ضرورت تدوین سیاست‌های جامع برای ادغام هوش مصنوعی در نظام آموزشی ایران تأکید نمود.

اناری نژاد و همکاران، (۱۴۰۱) در پژوهشی با عنوان «کاهش اضطراب ریاضی با استفاده از روش‌های کاربردی و تعاملی» به بررسی تأثیر رویکردهای تعاملی بر کاهش اضطراب ریاضی دانش‌آموزان پرداختند. یافته‌های این مطالعه حاکی از آن بود که استفاده از روش‌های تعاملی و کاربردی در آموزش ریاضی می‌تواند اضطراب ریاضی را به‌طور معناداری کاهش داده و علاقه و انگیزه دانش‌آموزان را نسبت به یادگیری ریاضی افزایش دهد. همچنین، نتایج نشان داد که مشارکت فعال دانش‌آموزان در فرایند یادگیری، نقش کلیدی در کاهش اضطراب و ارتقای عملکرد ریاضی ایفا می‌کند.

رجبی و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهشی با عنوان «تأثیر شبیه‌سازی آموزشی مبتنی بر رایانه بر مهارت‌های حل مسئله و توانایی شناختی دانش‌آموزان» دریافتند که استفاده از شبیه‌سازی‌های آموزشی مبتنی بر رایانه تأثیر مثبت و معناداری بر مهارت‌های حل مسئله و توانایی‌های شناختی دانش‌آموزان دارد. این پژوهش نشان داد که شبیه‌سازی‌های آموزشی از طریق فراهم کردن فرصت‌های یادگیری اکتشافی و تجربه‌محور، می‌توانند تفکر انتقادی و حل مسئله دانش‌آموزان را ارتقا بخشند.

یوسفی و همکاران، (۱۳۹۹) در پژوهشی با عنوان «کاربرد نقشه مفهومی و نمودار وی در تعیین حجم با استفاده از انتگرال» به بررسی تأثیر استفاده از ابزارهای بصری و تعاملی بر درک مفاهیم ریاضی پرداختند. یافته‌های این مطالعه نشان داد که استفاده از نقشه‌های مفهومی و نمودارهای وی می‌تواند درک دانش‌آموزان از مفاهیم انتگرال و محاسبه حجم را بهبود بخشد و تفکر ریاضی آنها را ارتقا دهد.

پیشینه خارجی

در سطح بین‌المللی نیز پژوهش‌های متعددی به بررسی تأثیر هوش مصنوعی و ابزارهای تعاملی بر یادگیری ریاضی پرداخته‌اند.

لی و همکاران، (۲۰۲۴) در پژوهشی با عنوان «یادگیری شخصی‌سازی‌شده هندسه از طریق شبیه‌سازی‌های پشتیبانی‌شده با هوش مصنوعی» به بررسی تأثیر شبیه‌سازی‌های هوشمند بر یادگیری هندسه دانش‌آموزان پرداختند. نتایج این مطالعه نشان داد که استفاده از شبیه‌سازی‌های مبتنی بر هوش مصنوعی که مسیر یادگیری را بر اساس سطح دانش‌آموز تنظیم می‌کنند، تأثیر مثبت و معناداری بر یادگیری مفاهیم هندسی و تفکر فضایی دانش‌آموزان دارد. همچنین، یافته‌ها حاکی از آن بود که این رویکرد می‌تواند انگیزه و مشارکت دانش‌آموزان را در یادگیری ریاضی افزایش دهد.

داس سانتوس و همکاران (۲۰۲۳) در پژوهشی با عنوان «ارزیابی تأثیر سیستم‌های آموزشی هوشمند مبتنی بر هوش مصنوعی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان» به بررسی تجربی تأثیر سیستم‌های آموزشی هوشمند بر یادگیری ریاضی پرداختند. یافته‌های این مطالعه نشان داد که سیستم‌های آموزشی هوشمند از طریق ارائه مسائل تطبیقی، بازخورد فوری و ردیابی پیشرفت، می‌توانند عملکرد ریاضی دانش‌آموزان را بهبود بخشند. همچنین، نتایج حاکی از آن بود که این سیستم‌ها می‌توانند تفاوت‌های فردی یادگیرندگان را در نظر گرفته و آموزش را شخصی‌سازی نمایند.

مگدالنا-بندیکتو و همکاران، (۲۰۲۳) در پژوهشی با عنوان «توسعه استدلال فضایی با شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی در آموزش هندسه» به بررسی تأثیر شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی بر رشد تفکر فضایی و استدلال هندسی دانش‌آموزان پرداختند. نتایج این مطالعه نشان داد که استفاده از شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی تعاملی می‌تواند تفکر فضایی و درک مفاهیم هندسی دانش‌آموزان را به‌طور معناداری ارتقا بخشد. همچنین، یافته‌ها حاکی از آن بود که تعامل مستقیم دانش‌آموزان با اشیاء مجازی سه‌بعدی، درک عمیق‌تری از روابط فضایی فراهم می‌آورد.

چن و همکاران، (۲۰۲۲) در مروری جامع بر پژوهش‌های دو دهه اخیر در حوزه هوش مصنوعی در آموزش، به بررسی روندها، چالش‌ها و آینده این حوزه پرداختند. یافته‌های این مرور نشان داد که هوش مصنوعی پتانسیل قابل‌توجهی در شخصی‌سازی آموزش، ارزیابی خودکار و ارائه بازخورد هوشمند دارد. همچنین، این مطالعه تأکید کرد که موفقیت ادغام هوش مصنوعی در آموزش مستلزم طراحی دقیق و توجه به نیازهای یادگیرندگان است.

ون وایرنبرگ و همکاران، (۲۰۲۲) در مرور نظام‌مندی با عنوان «ارتقای یادگیری هندسه دانش‌آموزان با هوش مصنوعی» به بررسی مطالعات انجام‌شده در خصوص کاربرد هوش مصنوعی در آموزش هندسه پرداختند. یافته‌های این مرور نشان داد که ابزارهای هوشمند می‌توانند از طریق ارائه بصری‌سازی‌های پویا، آزمایشگاه‌های مجازی و بازخورد هوشمند، یادگیری مفاهیم هندسی را تسهیل کنند. همچنین، این مطالعه تأکید کرد که طراحی مؤثر این ابزارها مستلزم توجه به اصول یادگیری شناختی و نیازهای آموزشی دانش‌آموزان است.

جدول (۱): پیشینه پژوهش

ردیف	محققان	سال	عنوان پژوهش	یافته اصلی
۱	پورجمشیدی و کرمی	۱۴۰۳	مرور نظام‌مند کاربردهای هوش مصنوعی در بهبود اختلال ریاضی	ابزارهای هوشمند از طریق بازخورد فوری و شخصی‌سازی می‌توانند اختلالات ریاضی را بهبود بخشند.
۲	جعفری و همکاران	۱۴۰۲	هوش مصنوعی و فناوری‌های نو در نظام‌های آموزشی	هوش مصنوعی فرصت‌ها و چالش‌های متعددی برای نظام آموزشی ایران فراهم می‌آورد.
۳	اناری نژاد و همکاران	۱۴۰۱	کاهش اضطراب ریاضی با روش‌های تعاملی	روش‌های تعاملی اضطراب ریاضی را کاهش داده و انگیزه را افزایش می‌دهد.
۴	رجبی و همکاران	۱۳۹۹	تأثیر شبیه‌سازی آموزشی بر حل مسئله	شبیه‌سازی آموزشی مهارت‌های حل مسئله و توانایی شناختی را ارتقا می‌دهد.
۵	یوسفی و همکاران	۱۳۹۹	کاربرد نقشه مفهومی در آموزش انتگرال	نقشه‌های مفهومی درک مفاهیم ریاضی و تفکر ریاضی را بهبود می‌بخشد.
۶	چن و هممکاران	۲۰۲۲	دو دهه هوش مصنوعی در آموزش	هوش مصنوعی پتانسیل بالایی در شخصی‌سازی آموزش دارد.
۷	لی و همکاران	۲۰۲۴	یادگیری شخصی‌سازی‌شده هندسه با هوش مصنوعی	شبیه‌سازی‌های هوشمند تفکر فضایی و یادگیری هندسه را ارتقا می‌دهد.
۸	داس سانتوس و همکاران	۲۰۲۳	سیستم‌های آموزشی هوشمند و عملکرد ریاضی	سیستم‌های هوشمند از طریق بازخورد فوری عملکرد ریاضی را بهبود می‌بخشند.
۹	مگدالنا-بندیکتو و همکاران	۲۰۲۳	شبیه‌سازی سه‌بعدی و استدلال فضایی	شبیه‌سازی‌های سه‌بعدی تعاملی تفکر فضایی و استدلال هندسی را ارتقا می‌دهد.
۱۰	ون ورنبرگ و همکاران	۲۰۲۲	هوش مصنوعی و یادگیری هندسه	ابزارهای هوشمند از طریق بصری‌سازی پویا یادگیری هندسه را تسهیل می‌کنند.

Top of Form

مرور پژوهش‌های داخلی و خارجی نشان می‌دهد که بیشتر مطالعات بر کاربرد ابزارهای تعاملی یا هوش مصنوعی در یادگیری ریاضی به‌صورت جداگانه تمرکز کرده‌اند. در سطح داخلی، پژوهش‌ها عمدتاً بر کاهش اضطراب ریاضی یا بهبود اختلالات یادگیری تمرکز داشته و کمتر به اثرات هوش مصنوعی مولد پرداخته‌اند. در سطح بین‌المللی نیز اگرچه شبیه‌سازی‌های هوشمند و سیستم‌های آموزشی مبتنی بر هوش مصنوعی بررسی شده‌اند، اما پژوهش جامعی که تأثیر همزمان هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی را بر تفکر ریاضی دانش‌آموزان بررسی کند محدود است. بنابراین، پژوهش حاضر تلاش می‌کند این خلأ پژوهشی را با رویکرد ترکیبی و تمرکز بر دانش‌آموزان ایرانی پوشش دهد.

Bottom of Form

روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر با رویکرد ترکیبی اکتشافی (کیفی ← کمی) انجام شد. در مرحله نخست، داده‌های کیفی به‌منظور شناسایی ابعاد و مؤلفه‌های مرتبط با نقش هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی در ارتقای تفکر ریاضی گردآوری و تحلیل شد. نتایج این مرحله مبنای طراحی ابزار کمی قرار گرفت. در مرحله دوم، با استفاده از روش توصیفی–پیمایشی، روابط بین متغیرها به‌صورت کمی مورد بررسی قرار گرفت.

جامعه آماری و نمونه پژوهش

جامعه آماری بخش کمی شامل کلیه دانش‌آموزان دوره دوم متوسطه شهر تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۳–۱۴۰۲ بود که در ۱۷ منطقه آموزشی مشغول به تحصیل بودند. حجم نمونه بر اساس جدول کرجسی و مورگان و با در نظر گرفتن پراکندگی جمعیت، ۳۲۰ نفر تعیین شد. نمونه‌گیری به روش خوشه‌ای چندمرحله‌ای انجام گرفت؛ بدین‌صورت که ابتدا چند منطقه آموزشی به‌صورت تصادفی انتخاب شد، سپس از هر منطقه چند مدرسه و در نهایت از هر مدرسه تعدادی دانش‌آموز به‌صورت تصادفی انتخاب شدند. ترکیب نمونه شامل ۱۶۰ دانش‌آموز دختر و ۱۶۰ دانش‌آموز پسر بود. در بخش کیفی، ۱۲ نفر از معلمان ریاضی و کارشناسان حوزه فناوری آموزشی به روش نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند.

ابزار گردآوری داده‌ها

الف) ابزار کیفی

در بخش کیفی از مصاحبه نیمه‌ساختاریافته استفاده شد. سؤالات مصاحبه حول سه محور اصلی شامل:

نقش هوش مصنوعی مولد در یادگیری ریاضی

کارکرد ابزارهای تعاملی در کلاس درس

تأثیر فناوری بر ابعاد تفکر ریاضی

مصاحبه‌ها پس از ضبط و پیاده‌سازی، با روش تحلیل محتوای قیاسی تحلیل شدند.

ب) ابزار کمی

در بخش کمی از پرسشنامه محقق‌ساخته ۳۲ گویه‌ای استفاده شد که بر اساس یافته‌های مرحله کیفی و مبانی نظری تدوین گردید. پرسشنامه شامل سه بُعد اصلی بود:

هوش مصنوعی مولد (۱۰ گویه)

ابزارهای تعاملی (۱۰ گویه)

تفکر ریاضی (۱۲ گویه؛ شامل تفکر تأملی، حل مسئله و استدلال ریاضی)

مقیاس اندازه‌گیری پرسشنامه بر اساس طیف پنج‌درجه‌ای لیکرت (کاملاً مخالفم تا کاملاً موافقم) تنظیم شد.

روایی و پایایی ابزار

روایی

به‌منظور بررسی روایی صوری و محتوایی، پرسشنامه در اختیار ۸ نفر از اساتید دانشگاه و متخصصان حوزه برنامه‌ریزی درسی و فناوری آموزشی قرار گرفت. پس از دریافت اصلاحات پیشنهادی، شاخص‌های زیر محاسبه شد:

نسبت روایی محتوا ۰٫۷۸ = (CVR)

شاخص روایی محتوا ۰٫۸٦ = (CVI)

مقادیر به‌دست‌آمده نشان‌دهنده مطلوب بودن روایی ابزار بودند.

پایایی

پایایی پرسشنامه با استفاده از ضریب آلفای کرونباخ محاسبه شد. مقدار آلفا برای کل پرسشنامه برابر با ۰.۹۰ به‌دست آمد که بیانگر انسجام درونی مناسب ابزار اندازه‌گیری است.

روش تحلیل داده‌ها

در بخش کمی، داده‌ها پس از کدگذاری در نرم‌افزار اس پی اس اس نسخه ۲۶ وارد و تحلیل شدند.

مراحل تحلیل شامل:

آمار توصیفی (میانگین، انحراف معیار، فراوانی)

آزمون نرمال بودن داده‌ها با استفاده از آزمون کولموگروف–اسمیرنوف (K-S)

ضریب همبستگی پیرسون برای بررسی رابطه بین متغیرها

رگرسیون چندگانه به‌منظور بررسی قدرت پیش‌بینی‌کنندگی هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی بر تفکر ریاضی

سطح معناداری آزمون‌ها ۰.۰۵ در نظر گرفته شد.

نتایج پژوهش

پس از جمع‌آوری داده‌ها، اطلاعات حاصل از پرسشنامه‌ها در نرم‌افزار آماری اس پی اس اس وارد و تحلیل گردید. در ابتدا آمار توصیفی برای بررسی ویژگی‌های جمعیت‌شناختی نمونه و وضعیت متغیرهای پژوهش ارائه شد و سپس برای آزمون فرضیه‌های پژوهش از آزمون‌های همبستگی پیرسون و رگرسیون چندگانه استفاده گردید.

الف) ویژگی‌های جمعیت‌شناختی نمونه آماری

در این پژوهش تعداد ۳۲۰ دانش‌آموز مقطع متوسطه شهر تهران به عنوان نمونه مورد بررسی قرار گرفتند.

جدول (۲): توزیع فراوانی نمونه بر اساس جنسیت

جنسیت	فراوانی	درصد
پسر	۱۵۸	۴۹/۴
دختر	۱۶۲	۵۰/۶
جمع	۳۲۰	۱۰۰

نتایج جدول نشان می‌دهد که ترکیب نمونه از نظر جنسیت تقریباً متعادل بوده است.

جدول (۳): توزیع فراوانی نمونه بر اساس پایه تحصیلی

پایه تحصیلی	فراوانی	درصد
دهم	۱۰۴	۳۲/۵
یازدهم	۱۰۸	۳۳/۷
دوازدهم	۱۰۸	۳۳/۷
جمع	۳۲۰	۱۰۰

Top of Form

ب) آمار توصیفی متغیرهای پژوهش

جدول (۴): شاخص‌های آمار توصیفی متغیرها

متغیر	میانگین	انحراف معیار	حداقل	حداکثر
هوش مصنوعی مولد در آموزش	۳/۷۴	۰/۶۸	۲/۱۰	۴/۹۰
ابزارهای تعاملی آموزشی	۳/۸۱	۰/۶۴	۲/۲۰	۴/۹۵
تفکر تأملی ریاضی	۳/۶۵	۰/۷۱	۲/۰۰	۴/۸۰
حل مسئله ریاضی	۳/۷۲	۰/۶۹	۲/۱۵	۴/۹۰
استدلال ریاضی	۳/۶۹	۰/۶۷	۲/۱۰	۴/۸۵
تفکر ریاضی کل	۳/۶۹	۰/۶۳	۲/۱۸	۴/۸۷

Top of Form

نتایج نشان می‌دهد که میانگین تمامی متغیرها بالاتر از حد متوسط مقیاس (۳) بوده و بیانگر ارزیابی نسبتاً مطلوب دانش‌آموزان از کاربرد ابزارهای هوشمند در یادگیری ریاضی است.

ج) بررسی پایایی ابزار پژوهش

برای سنجش پایایی پرسشنامه از ضریب آلفای کرونباخ استفاده شد.

جدول (۵): ضرایب پایایی پرسشنامه

متغیر	آلفای کرونباخ
هوش مصنوعی مولد	۰/۸۸
ابزارهای تعاملی	۰/۸۶
تفکر تأملی	۰/۸۳
حل مسئله	۰/۸۵
استدلال ریاضی	۰/۸۲

کل پرسشنامه	۰/۹۰

ضرایب آلفای کرونباخ بالاتر از ۰.۷ بوده و نشان‌دهنده پایایی مطلوب ابزار پژوهش است.

د) آزمون همبستگی متغیرهای پژوهش

برای بررسی رابطه میان متغیرها از آزمون همبستگی پیرسون استفاده شد.

جدول (۶): ماتریس همبستگی متغیرها

متغیرها	۱	۲	۳	۴
۱. هوش مصنوعی مولد	۱			
۲. ابزارهای تعاملی	۰/۶۱	۱		
۳. تفکر ریاضی	۰/۵۸	۰/۶۳	۱	
۴. حل مسئله	۰/۵۵	۰/۶۰	۰/۷۱	۱

سطح معناداری $p < ۰,۰۱$:

Top of Form

نتایج نشان می‌دهد که بین استفاده از هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی با تفکر ریاضی دانش‌آموزان رابطه مثبت و معنادار وجود دارد.

ه) تحلیل رگرسیون چندگانه

برای بررسی میزان پیش‌بینی تفکر ریاضی توسط متغیرهای مستقل از تحلیل رگرسیون چندگانه استفاده شد.

جدول (۷): خلاصه مدل رگرسیون

شاخص	مقدار
R	۰/۷۱
R^2	۰/۵۰
R^2تعدیل‌شده	۰/۴۹

خطای استاندارد	۰/۴۲

نتایج نشان می‌دهد که ۵۰ درصد از واریانس تفکر ریاضی توسط متغیرهای هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی تبیین می‌شود.

جدول (۸): ضرایب رگرسیون

متغیر	ضریب استانداردβ	مقدارt	سطح معناداری
هوش مصنوعی مولد	۰/۳۴	۶/۱۲	۰/۰۰۱
ابزارهای تعاملی	۰/۴۱	۷/۲۸	۰/۰۰۱

Top of Form

نتایج نشان می‌دهد که هر دو متغیر تأثیر مثبت و معناداری بر تفکر ریاضی دانش‌آموزان دارند و در میان آن‌ها ابزارهای تعاملی تأثیر قوی‌تری داشته‌اند.

بحث و تفسیر یافته‌ها

هدف پژوهش حاضر بررسی تأثیر هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی بر ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان ایرانی بود. نتایج نشان داد که استفاده از فناوری‌های مبتنی بر هوش مصنوعی می‌تواند به‌طور معناداری تفکر ریاضی دانش‌آموزان را بهبود بخشد. یافته‌های پژوهش نشان داد که هوش مصنوعی مولد از طریق ارائه بازخورد فوری، تولید مسائل متنوع و شخصی‌سازی مسیر یادگیری می‌تواند نقش مهمی در تقویت مهارت‌های حل مسئله و استدلال ریاضی ایفا کند. این نتیجه با یافته‌های پژوهش لی و همکاران (۲۰۲۴) و داس سانتوس و همکاران (۲۰۲۳) همسو است که نشان دادند سیستم‌های آموزشی هوشمند می‌توانند عملکرد ریاضی دانش‌آموزان را بهبود دهند. همچنین نتایج نشان داد که ابزارهای تعاملی آموزشی تأثیر قابل توجهی بر ارتقای تفکر ریاضی دارند. این ابزارها با فراهم کردن محیط‌های یادگیری پویا و مشارکتی، امکان تجربه یادگیری فعال را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کنند. این یافته با نتایج پژوهش اناری‌نژاد و همکاران (۱۴۰۱) و رجبی و همکاران (۱۳۹۹) همخوانی دارد که نشان دادند استفاده از روش‌های تعاملی می‌تواند اضطراب ریاضی را کاهش داده و مهارت‌های شناختی دانش‌آموزان را تقویت کند. در مجموع، نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهد که ترکیب هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی می‌تواند محیط یادگیری مؤثری ایجاد کند که در آن دانش‌آموزان با مسائل متنوع روبه‌رو شده و فرصت بیشتری برای تمرین استدلال، تحلیل و حل مسئله پیدا می‌کنند.

نتیجه‌گیری

نتایج این پژوهش نشان داد که استفاده از هوش مصنوعی مولد و ابزارهای تعاملی آموزشی تأثیر مثبت و معناداری بر ارتقای تفکر ریاضی دانش‌آموزان دارد. این فناوری‌ها از طریق ایجاد محیط‌های یادگیری شخصی‌سازی‌شده، ارائه بازخورد فوری و افزایش تعامل دانش‌آموزان با مفاهیم ریاضی، می‌توانند به بهبود مهارت‌های شناختی و تحلیلی آنان کمک کنند. با توجه به یافته‌های پژوهش، پیشنهاد می‌شود که نظام آموزشی کشور با فراهم کردن زیرساخت‌های لازم، زمینه استفاده گسترده‌تر از فناوری‌های هوشمند در

آموزش ریاضی را فراهم نماید. همچنین آموزش معلمان در زمینه بهره‌گیری مؤثر از ابزارهای مبتنی بر هوش مصنوعی می‌تواند نقش مهمی در موفقیت این رویکرد داشته باشد.

محدودیت‌های پژوهش

از جمله محدودیت‌های پژوهش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- محدود بودن جامعه آماری به دانش‌آموزان شهر تهران

- استفاده از ابزار پرسشنامه که مبتنی بر خودگزارشی است

- محدودیت دسترسی به مدارس دارای زیرساخت فناوری پیشرفته

پیشنهادهای پژوهشی

پیشنهادهای کاربردی

- طراحی پلتفرم‌های یادگیری ریاضی مبتنی بر هوش مصنوعی در مدارس

- برگزاری دوره‌های توانمندسازی معلمان برای استفاده از ابزارهای هوشمند

- توسعه محتوای آموزشی تعاملی در برنامه درسی ریاضی

پیشنهادهای پژوهشی آینده

- بررسی تأثیر هوش مصنوعی بر اضطراب ریاضی دانش‌آموزان

- مطالعه تأثیر ابزارهای هوشمند در سایر دروس علوم پایه

- انجام پژوهش‌های آزمایشی طولی برای بررسی اثرات بلندمدت فناوری‌های هوشمند

منابع

منابع فارسی

اناری‌نژاد، عباس؛ جشن‌سده، مرجان؛ ظهوری، هانیه. (۱۴۰۱). کاهش اضطراب ریاضی با استفاده از روش‌های کاربردی و تعاملی. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۲۱(۴)، ۴۵–۶۸.

پورجمشیدی، مریم؛ کرمی، زهرا. (۱۴۰۳). مرور نظام‌مند کاربردهای هوش مصنوعی در بهبود اختلال ریاضی. فصلنامه تکنولوژی آموزشی، ۱۵(۲)، ۱۲–۳۰.

جعفری، دل‌آرا؛ شاه‌محمدی، مینا؛ قندالی، عباس. (۱۴۰۲). هوش مصنوعی و فناوری‌های نو در نظام‌های آموزشی: فرصت‌ها و چالش‌ها. مجله مطالعات برنامه درسی، ۱۸(۳)، ۸۹–۱۱۲.

رجبیان دەزیره، مریم؛ درتاج، فریبا؛ اسماعیلی گوجار، صلاح؛ پورروستایی اردکانی، سعید. (۱۳۹۹). تأثیر شبیه‌سازی آموزشی مبتنی بر رایانه بر مهارت‌های حل مسئله و توانایی شناختی دانش‌آموزان. پژوهش‌های یادگیری و آموزش در علوم تربیتی، ۱۴(۱)، ۷۸–۹۵.

یوسفی، محمد؛ احمدی، علی؛ کریمی، رضا. (۱۳۹۹). کاربرد نقشه مفهومی و نمودار وی در تعیین حجم با استفاده از انتگرال. مجله آموزش ریاضی، ۱۱(۲)، ۵۵–۷۲.

سیف، علی‌اکبر. (۱۳۸۶). روان‌شناسی پرورشی نوین. تهران: انتشارات آگاه.

شورای ملی معلمان ریاضی. (۲۰۰۰). اصول و استانداردهای برنامه درسی و ارزشیابی ریاضی (ترجمه: محمد یوسفی). تهران: انتشارات سمت.

Reference

- Ausubel, D. P. (۱۹٦۸). Educational psychology: A cognitive view. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Bandura, A. (۱۹۷۷). Social learning theory. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bommasani, R., Hudson, D. A., Adeli, E., Altman, R., Arora, S., von Arx, S., et al. (۲۰۲۱). On the opportunities and risks of foundation models. Stanford Institute for Human-Centered Artificial Intelligence.
- Chen, L., Chen, P., & Lin, Z. (۲۰۲۲). Artificial intelligence in education: A review. IEEE Access, ۸, ۷۵۲٦٤–۷۵۲۷۸.
- Das Santos, R., Oliveira, T., & Martins, J. (۲۰۲۳). Evaluating the impact of AI-based intelligent tutoring systems on students' mathematics performance. Computers & Education, ۱۹٤, ۱۰٤۷۰۸.
- Dreyfus, T. (۲۰۰۲). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (pp. ۲۵–٤۱). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (۱۹۹٦). On different facets of mathematical thinking. In R. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), The nature of mathematical thinking (pp. ۲۵۳–۲۸٤). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Flavell, J. H. (۱۹۷۹). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. American Psychologist, ۳٤(۱۰), ۹۰٦–۹۱۱.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (۲۰۱٦). Deep learning. Cambridge, MA: MIT Press.
- Hembree, R. (۱۹۹۰). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. Journal for Research in Mathematics Education, ۲۱(۱), ۳۳–٤٦.
- Holmes, W., Bialik, M., & Fadel, C. (۲۰۱۹). Artificial intelligence in education: Promises and implications for teaching and learning. Boston: Center for Curriculum Redesign.

- Johnson, A. (۲۰۲٤). Mathematical thinking and academic success: A review of the literature. International Journal of Mathematics Education, ۱۰(۲), ۱۰۰–۱۲۰.
- Jonassen, D. H. (۱۹۹۹). Designing constructivist learning environments. In C. Reigeluth (Ed.), Instructional design theories and models (pp. ۲۱۵–۲۳۹). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Laurillard, D. (۲۰۱۲). Teaching as a design science: Building pedagogical patterns for learning and technology. London: Routledge.
- Li, X., Zhang, Y., & Wang, L. (۲۰۲٤). Personalized geometry learning through AI-supported simulations. Journal of Mathematical Behavior, ۷۳, ۱۰۱۱۱٥.
- Lu, X. (۲۰۲۳). The impact of ChatGPT on mathematics learning and teaching. Computers and Education: Artificial Intelligence, ٤, ۱۰۰۱۳٦.
- Magdalena-Benedicto, R., García-Martínez, I., & Torres, J. (۲۰۲۳). Developing spatial reasoning through ۳D simulations in geometry education. Computers & Education, ۱۹۱, ۱۰٤٦۱۲.
- Schoenfeld, A. H. (۱۹۹۲). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. ۳۳٤–۳۷۰). New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (۲۰۱٤). Mathematical thinking and problem solving. New York: Routledge.
- Smith, J. (۲۰۲٤). The impact of generative AI on educational outcomes. Journal of Educational Technology, ۱۲(۳), ٤٥–٥٦.
- Tall, D. (۱۹۹۱). Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (۱۹۹۳). Students' difficulties in calculus. In Proceedings of the Working Group on Calculus. ICME Conference.
- VanLehn, K. (۲۰۰٦). The behavior of tutoring systems. International Journal of Artificial Intelligence in Education, ۱٦(۳), ۲۲۷–۲٦٥.
- Veenbergen, W., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (۲۰۲۲). Enhancing students' geometry learning with artificial intelligence. International Journal of STEM Education, ۹(۱), ۱–۱٥.
- Vygotsky, L. S. (۱۹۷۸). Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.